Dérivées

Nombre dérivé de f en a C'est le nombre $f'(a)$ défini par la limite ci-dessous *lorsqu'elle existe*. Dans ce cas, f est dite *dérivable* en a.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Dérivées usuelles Le tableau de gauche donne les dérivées des fonctions élémentaires. Celui de droite donne les dérivées de fonctions composées (u et v sont elles-mêmes des *fonctions*). En comparant les deux tableaux, on remarquera que la plupart des formules du tableau de droite sont obtenues en appliquant simplement les formules pour les fonctions élémentaires (celles du tableau de gauche) *et en multipliant par u'* (c'est en fait la conséquence du théorème $(fou)' = (f'ou) \times u'$).

f(x)	**f'(x)**
$a\ (a \in \mathbb{R})$	0
$ax\ (a \in \mathbb{R})$	a
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

f	**f'**
$u + v$	$u' + v'$
$au\ (a \in \mathbb{R})$	au'
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\sin u$	$u' \cos u$
$\cos u$	$-u' \sin u$
$\ln u$, $\ln \lvert u \rvert$	$\frac{u'}{u}$
e^u	$u'e^u$
uv	$u'v + uv'$
uvw	$u'vw + uv'w + uvw'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$

Equation de la tangente à C_f en son point d'abscisse a Il faut bien mémoriser (et comprendre !) la phrase suivante : « *Le nombre dérivé $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f en son point d'abscisse a* ».

$$T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

$f(a) + f'(a)h$ s'appelle l'approximation affine locale de $f(a + h)$.

Application des dérivées On résout l'équation $f'(x) = 0$, puis on étudie le signe de $f'(x)$.

- Quand $f'(x)$ est positif, f est croissante
- Quand $f'(x)$ est négatif, f est décroissante
- Quand $f'(x) = 0$, C_f admet une *tangente horizontale* au point d'abscisse x. Si, de plus, f' change de signe au voisinage de x, f admet en x un *extremum* (*minimum* ou *maximum*) dont la valeur est $f(x)$.